Classi di grandezze omogenee

Si dice che un insieme di enti geometrici della stessa specie costituisce una classe di grandezze, quando fra gli enti stessi si possono porre i concetti di confronto e di somma ed esiste perciò:

l°) un criterio mediante il quale, dati due enti della medesima classe, si possa stabilire se sono uguali, oppure se l'uno è maggiore o minore dell'altro;

2°) un altro criterio, il quale, dati due enti dell'insieme, permetta di trovare un terzo ente dell'insieme stesso che possa chiamarsi somma dei primi due.

Le grandezze di una stessa specie si dicono omogenee; quelle non omogenee non si possono confrontare fra loro, perciò molto spesso parlando di confronto di grandezze si sottointende l'aggettivo «omogenee».
Se A e B sono due grandezze omogenee, per esprimere la loro eguaglianza o diseguaglianza si adoperano i consueti simboli, scrivendo, a seconda dei casi, $A = B$, oppure $A > B$ oppure $A < B$.

Si estendono a tutte le classi di grandezze omogenee le proprietà già stabilite, per esempio, per i segmenti.
Se A e B sono due grandezze omogenee, tra esse intercede l'una o l'altra delle relazioni $A>B$, $A=B$, $A<B$ e ciascuna di esse esclude le altre due *(legge di esclusione).*

L'uguaglianza fra grandezze ammette le consuete tre proprietà: riflessiva, simmetrica, transitiva.
Date due grandezze omogenee A e B, esiste la somma $A + B$ e, se è $A > B$, esiste la differenza $A - B$. La somma di più grandezze ha le solite proprietà (commutativa e associativa).
In una classe di grandezze esiste *l'elemento neutro* per la somma: è la grandezza nulla, che si indica con 0, ed è tale che $A+0=A$.
Se m è un numero intero positivo, la somma di m grandezze uguali ad A si chiama **multipla di *A* secondo *m*** e si denota con mA. Se $B = mA$, si dice che A è la sottomultipla di B secondo m e si scrive allora $A=B/m$.

Per ogni classe di gandezze si ammettono anche i seguenti postulati.

1°**) Postulato di divisibilità** delle grandezze: ogni grandezza è divisibile in quante si vogliano parti uguali.

2°) **Postulato di Archimede.**
Date due grandezze omogenee esiste sempre una grandezza multipla della minore che supera la maggiore *e quindi esiste anche una grandezza sottomultipla della maggiore, che risulta più piccola della minore..*

Misura delle grandezze

Si considerino tutte le grandezze di una data specie e fra esse se ne fissi una U ad arbitrio, che si dirà unità di misura.

Misurare una grandezza della specie considerata significa confrontarla con l'unità e associare a essa, mediante tale confronto, un numero, il quale permetta di individuare o ricostruire la grandezza data.

Si definisce misura della grandezza A rispetto alla grandezza U considerata come unità di misura il numero razionale o irrazionale che esprime il rapporto tra A ed U.

Postulalo di continuità della retta

Possiamo affermare che, fissato un segmento unitario U e un numero α, esiste sempre un unico segmento AB che ha misura α rispetto a U.

Segmenti commensurabili e incommensurabili

Dati due segmenti, quando la misura del primo rispetto al secondo, scelto come unità, è un numero razionale (positivo), si dice che i due segmenti sono **commensurabili.**
Dati due segmenti, la misura del primo rispetto al secondo è un numero irrazionale, i due segmenti si dicono **incommensurabili** e, in tal caso, *non esiste nessun segmento sottomultiplo comune ai due.*

Si noti che i *numeri razionali e i numeri irrazionali si dicono numeri reali in quanto sono misure di grandezze reali.*